



Polski Rejestr Statków

Ocena stateczności małych jednostek

Maciej Pawłowski

Streszczenie

Małe jednostki, jak łodzie i kutry rybackie, często nie posiadają żadnej dokumentacji. W związku z tym, występuje konieczność opracowania metody umożliwiającej ocenę stateczności takich jednostek w oparciu o kryterium, które dałoby się stosować bez odtwarzania dokumentacji technicznej. Można to zrobić w oparciu o próbę przechyłu.

1. Założenia

Małe jednostki oficjalnie nie są objęte wymogami stateczności. Przepisy IMO mają zastosowanie do statków o długości powyżej 24 m [2]. Statystyki informują o dużej liczbie ofiar we flocie rybackiej [3]. Istnieje zatem potrzeba opracowania kryterium stateczności dla małych jednostek. Zostanie ono opracowane przy następujących założeniach:

- jednostka nie posiada dokumentacji technicznej;
- moment przechylający pochodzi od ludzi i osprzętu zgromadzonego na burcie;
- działanie momentu jest statyczne;
- dla łodzi bez pokładu, przechył nie może przekroczyć zakresu początkowej stateczności, tj. kąta wejścia pokładu do wody lub wyjścia (umownego) obła z wody.

2. Podstawy teoretyczne

Przechył jednostki pod wpływem pewnego nominalnego ciężaru p , przemieszczonego z płaszczyzny symetrii statku (PS) na burtę, wynika z równowagi momentu przechylającego i prostującego. Moment przechylający, wywołany poziomym przemieszczeniem, równy jest $pe\cos\phi$, gdzie e jest przemieszczeniem ciężaru, zaś ϕ jest kątem przechyłu. Jeśli przyjąć, że metacentrum jest stałe, to moment prostujący określa wzór $D_0h_0\sin\phi$, gdzie D_0 jest (nieznanym) wyporem jednostki, zaś $h_0 \equiv GM$ jest (nieznaną) początkową wysokością metacentryczną. Przyrównując obydwa momenty, otrzymamy równanie równowagi:

$$pe\cos\phi = D_0h_0\sin\phi,$$

z którego wynika wzór na kąt przechyłu:

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{pe}{D_0h_0}, \quad (1)$$

zwany wzorem *metacentrycznym*. Kąt ten nie powinien przekraczać zakresu początkowej stateczności ϕ_D , tj. $\phi \leq \phi_D$, gdzie $\operatorname{tg}\phi_D = 2f_0/B_m$, gdzie f_0 jest minimalną wolną burtą $H - T$, lecz nie więcej niż $0,8T$, H jest wysokością boczną, T jest zanurzeniem, zaś B_m jest maksymalną szerokością jednostki. Wynika stąd nierówność:

$$\frac{pe}{D_0h_0} \leq \frac{f_0}{\frac{1}{2}B_m}, \quad (2)$$

Iloczyn wyporu i wysokości metacentrycznej D_0h_0 , zwany w teorii okrętu *współczynnikiem sztywności*, ma duże znaczenie nie tylko w statyce okrętu, lecz także w dynamice: określa bowiem częstość własną kołysań bocznych statku. Podstawiając $e = \frac{1}{2}B_m$ we wzoru (2), otrzymamy:

$$(D_0h_0)f_0/(\frac{1}{2}B_m)^2 \geq p.$$

Dzieląc tę nierówność przez przyspieszenie ziemskie g , otrzymamy nierówność w kategoriach masowych:

$$(M_0h_0)f_0/(\frac{1}{2}B_m)^2 \geq m, \quad (3)$$

gdzie m jest masą nominalnego ciężaru, zaś M_0 jest masą statku. Nierówność (3) można uważać za kryterium stateczności, jeśli znamy współczynnik sztywności masowej M_0h_0 i gdy zdefiniujemy nominalną masę m , jaka może obciążać burłę.

Wprowadzając oznaczenie na współczynnik sztywności masowej $K_0 \equiv M_0h_0$, nierówność (3) przyjmie postać:

$$K_0f_0 \geq m(\frac{1}{2}B_m)^2. \quad (4)$$

Można ją także napisać w postaci: $K_0f_0/(\frac{1}{2}B_m) \geq m(\frac{1}{2}B_m)$. Z tej ostatniej nierówności wynika, że jej lewa strona, tj. $K_0f_0/(\frac{1}{2}B_m)$ jest równa momentowi prostującemu przy kącie wejścia pokładu do wody (momenty te są podzielone przez g). Nierówność (4) mówi więc, że moment prostujący przy granicznym kącie przechyłu, jakim jest zakres początkowej stateczności, po prawej stronie nierówności, musi być większy od momentu przechylającego, wywołanego obciążeniem burty.

3. Próba przechyłów

Współczynnik sztywności masowej można precyzyjnie określić za pomocą *próby przechyłów*, do czego nie potrzeba żadnej dokumentacji jednostki. Współczynnik ten nie zależy od przenoszonej masy. Ze wzoru (1) wynika zatem, że:

$$K_p = m_p e / \text{tg} \phi, \quad (5)$$

gdzie m_p jest masą użytą do próby przechyłów; masa m_p jest z definicji niewielka, kilkudziesięciu kilogramów, by wywołać przechył nie mniej, niż 1° .

Wzór (5) określa sztywność K_p jednostki wraz z masą m_p ciężarów użytych do próby przechyłów. Masa m_p zmienia sztywność samej łodzi wg wzoru:

$$K_p = K_0 + m_p(z_m - z_p), \quad (6)$$

gdzie K_0 jest sztywnością jednostki bez ciężarów przechylających, $z_m = T + \frac{1}{2}\Delta T + r_c$ jest rzędną metacentrum różniczkowego, ΔT jest przyrostem zanurzenia, z_p jest rzędną środka ciężkości masy m_p , zaś $r_c = \Delta J / \Delta V = J' / A_{WL}$ jest różniczkowym promieniem metacentrycznym ($J' \equiv dJ/dz$), tj. promieniem krzywizny krzywej środków pływania C , tj. środków ciężkości wodnicy pływania; $r_c > 0$ jest wielkością dodatnią. Rzeczywista sztywność łodzi K_0 jest mniejsza od sztywności pomierzonej K_p , jeśli środek ciężkości masy m_p jest poniżej metacentrum różniczkowego. Różnica między sztywnościami jest tym mniejsza, im mniejsza jest masa ciężarów użytych do próby przechyłów.

Różniczkowy promień metacentryczny można prosto oszacować, jeśli przyjąć założenie, że współczynnik pełnotliwości wręgów $\beta = \text{const}$. Łatwo pokazać, że w takim wypadku $\beta = \kappa$, tj. współczynnik β równa się współczynnikowi pełnotliwości pionowej kadłuba $\kappa = V / A_{WL} T = \delta / \alpha$. Aproksymacja wręgu funkcją potęgową ma postać:

$$y = y_0(z/z_0)^n,$$

gdzie y_0 jest pół-szerokością wręgu dla zanurzenia $z = z_0$, zaś wykładnik $n = 1/\kappa - 1$. Poprzeczny moment bezwładności wodnicy równy jest

$$J = \int_L \frac{2}{3}y^3 dx = \int_L \frac{2}{3}y_0^3 (z/z_0)^{3n} dx = (z/z_0)^{3n} \int_L \frac{2}{3}y_0^3 dx = J_0(z/z_0)^{3n},$$

gdzie J_0 jest momentem bezwładności wodnicy dla zanurzenia $z = z_0$. Widzimy, że moment bezwładności wodnicy jest w takim wypadku także funkcją potęgową zanurzenia, o wykładniku $q = 3(1/\kappa - 1)$, tj. trzykrotnie większym, niż wykładnik wręgu. Stąd już łatwo pokazać, że jeśli krzywą momentu bezwładności wodnicy aproksymować funkcją potęgową $J = J_0(z/z_0)^q$, to różniczkowy promień metacentryczny $r_c = J/A_{WL}$ w punkcie $z = z_0$ równa się $r_c = q\kappa r_B$, gdzie $r_B = J/V$ jest poprzecznym promieniem metacentrycznym. Jak widać, różniczkowy promień metacentryczny r_c jest proporcjonalny do promienia metacentrycznego r_B . Podstawiając $q = 3(1/\kappa - 1)$, otrzymamy proste oszacowanie na różniczkowy promień metacentryczny:

$$r_c \approx 3(1 - \kappa)r_B. \quad (7)$$

Dla łodzi rybackich współczynnik pełnotliwości pionowej κ zmienia się w szerokich granicach $\kappa = 0,40 \div 0,85$, średnia wartość $\kappa \approx 0,65$. Zatem, różniczkowy promień metacentryczny r_c może być większy od promienia metacentrycznego r_B , a tym samym, różniczkowe metacentrum może leżeć wyżej, niż metacentrum.

Aby ze wzoru (7) skorzystać, trzeba mieć dodatkowe informacje, takie jak współczynnik pełnotliwości pionowej κ i promień metacentryczny r_B . Dobrym wyjściem jest więc stosowanie możliwie małych ciężarów przechylających, zmieniających nieznacznie sztywność łodzi bez masy, ale dających małe kąty przechyłu, co jest dopuszczalne, gdy mamy możliwość precyzyjnego pomiaru kąta przechyłu.

4. Kryterium

Zasadniczym problemem, by nierówność (4) mogła odgrywać rolę kryterium stateczności, jest określenie masy nominalnego ciężaru m , obciążającego burtę jednostki. W pracy [1] postuluje się, by $m = 13\% M$, tj. 13 procent masy statku, która jest nieznana. Dla potrzeb kryterium wystarczy określić ją w sposób przybliżony:

$$M = \rho LBT\delta = \rho\delta(TB)LB^2 = \rho c_M LB^2, \quad (8)$$

gdzie L, B, T są wymiarami głównymi jednostki na wodnicy pływania w czasie próby przechyłów (na zewnątrz pozycia), δ jest współczynnikiem pełnotliwości kadłuba, ρ jest gęstością wody, zaś $c_M \equiv \delta/(B/T)$ jest współczynnikiem wyporności łodzi.

Dla pięciu łodzi rybackich, badanych w pracy [1], współczynnik wyporności był z przedziału $c_M = 0,10 \div 0,15$, o wartości średniej $c_M \approx 0,12$. Dla 35 łodzi badanych w PRS, współczynniki wyporności są z jeszcze szerszego przedziału $0,07 \div 0,25$, o wartości średniej $c_M = 0,15$.

Ponieważ masa nominalna $m = 0,13M$, stąd

$$m = c_m \rho LB^2, \quad (9)$$

gdzie współczynnik masy nominalnej $c_m = 0,13c_M$, zaś współczynnik wyporności c_M określa wzór: $c_M \equiv \delta/(B/T)$. Z braku danych można przyjmować $c_M = 0,14$. Z uwagi na duży rozrzut współczynnika wyporności, wynikający z dużego rozrzutu stosunku B/T zaleca się, by współczynnik wyporności szacować jednak z podanego wzoru. Stosunek B/T badanych łodzi był z przedziału $1,75 \div 6$.

Podstawiając do wzoru (4) masę m , daną wzorem (9), otrzymamy kryterium stateczności w postaci:

$$K_0 f_0 \geq \frac{1}{4} c_m \rho L B^2 B_m^2. \quad (10)$$

Kryterium powyższe nie wymaga dokumentacji jednostki. Z braku danych można przyjąć, że współczynnik masy nominalnej $c_m = 0,13 \cdot 0,14 = 0,0182$, bez względu na wielkość jednostki.

Kryterium (10) można przedstawić w kategoriach ramion prostujących. Dzielać je stronami przez $\frac{1}{2} M_0 B_m$, gdzie M_0 jest masą statku, otrzymamy:

$$l_D \geq l_C, \quad (11)$$

gdzie $l_D = (K_0/M_0)t_0$ jest ramieniem prostującym przy kącie wejścia pokładu do wody lub wyjścia (umownego) obła z wody, określonego na podstawie pomiaru sztywności łodzi K_0 i wolnej burty f_0 , M_0 jest masą łodzi, $t_0 \equiv \tan \phi_D = f_0^{1/2} B_m$ jest tangensem kąta wejścia pokładu do wody (lub wyjścia obła z wody), zaś

$$l_C = 0,13 \cdot \frac{1}{2} B_m = 0,065 B_m$$

ma znaczenie *minimalnego* ramienia prostującego (kresu dolnego), tożsamego z *maksymalnym* ramieniem przechylającym. Jak widać, jest ono proporcjonalne do szerokości jednostki B_m . Parametry krzywej ramion wg IMO dla statków o długości $L > 24$ m, traktowane jako minimalne, są stałe, co oznacza to, że dla jednostek większych maksymalne ramię przechylające l_C powinno też mieć stałą wartość.

Kryterium (11) ma generalnie zastosowane do jednostek, w których moment przechylający pochodzi od ludzi i osprzętu zgromadzonego na burcie, tak jak to przyjęto w założeniach. Są to jednostki głównie rybackie, o długości do 24 m. Zakłada się, że statki większe mają dokumentację techniczną; dla takich statków kryterium (10) mogłoby być stosowane jedynie w okresie przejściowym.

W kryterium (10) nominalna masa m obciążenia burty wynosi 13% masy statku. Z kryterium tego wynika minimalne ramię prostujące przy kącie wejścia pokładu do wody równe $l = 0,065 B_m$. Dla jednostek o szerokości $B = 3$ m, daje to $l = 0,195$ m, co wydaje się rozsądną wartością. Dowodzi to, że wielkość masy nominalnej jest prawidłowa.

Ponieważ prawa strona kryterium (10) rośnie z wymiarami statku, jest potrzeba jej ograniczenia, by być w zgodzie z filozofią kryteriów stateczności IMO. Można to zrobić w dwojaki sposób. Gdy długość łodzi przekracza 20 m, w kryterium (10) za długość jednostki należy przyjąć $L = 20$ m. Alternatywnie, minimalne ramię prostujące l_C w kryterium (11) nie musi być większe, niż np. $l_C = 0,32$ m.

5. Ekstrapolacja

Kryterium (10), w kategoriach momentów, czy kryterium (11), w kategoriach ramion dotyczą zasadniczo łodzi w stanie pomiarowym, teoretycznie bez ładunku. Chcemy je rozciągnąć na przypadek łodzi z ładunkiem. Nie ma problemu z wolną burtą f po lewej stronie nierówności (10), ani z prawą stroną; trzeba wziąć po prostu dane dla pełnego załadowania. Problemem jest sztywność w stanie pełnego załadowania, której nie możemy określić z dokumentacji, bo jej nie ma, ani z próby przechyłów, gdyż w czasie próby jednostka zazwyczaj nie jest w pełni załadowana. Musimy więc ją w jakiś sposób oszacować. Jedną z możliwości jest wprowadzenie ilorazu sztywności: $c_K \equiv K_c/K_0$ i uzależnienie go od stosunku zanurzeń, w oparciu o dane łodzi posiadających dokumentację techniczną.

Sztywność dla łodzi z ładunkiem dana jest wzorem (6):

$$K_c = K_0 + m_c(z_m - z_c), \quad (12)$$

gdzie m_c jest masą ładunku, $K_0 \equiv M_0 h_0$ jest sztywnością jednostki w stanie pomiarowym, z_c jest rzędną środka ciężkości ładunku, $z_m = T + \frac{1}{2}\Delta T + r_c$ jest rzędną metacentrum różniczkowego, zaś ΔT jest przyrostem zanurzenia. Gdyby przyjąć, że różniczkowa wysokość metacentryczna $h_m \equiv z_m - z_c$ jest w przybliżeniu taka sama, jak wysokość metacentryczna h_0 , to sztywność K_c byłaby w przybliżeniu proporcjonalna do przyrostu masy statku. W takim wypadku iloraz sztywności $c_K \equiv K_c/K_0 \approx M_c/M_0$ byłby równy ilorazowi wyporności. Stąd, $c_K \approx M_c/M_0 = V_c/V_0 = 1 + \Delta V/V_0$. Ponieważ w ogólnym wypadku $h_m \neq h_0$, tj. różniczkowa wysokość metacentryczna nie równa się początkowej wysokości metacentrycznej, współczynnik korygujący sztywność mógłby mieć postać:

$$c_K = 1 + c_1 \frac{\Delta V}{V_0} = 1 + c_1 \left(\frac{V_c}{V_0} - 1 \right), \quad (13)$$

gdzie c_1 jest współczynnikiem do ustalenia w oparciu o dane znanych łodzi.

Nic nie stoi na przeszkodzie, by sztywność K_c obliczyć wg wzoru (12). Przyjmując, iż rzędna środka ciężkości ładunku $z_c = H$, otrzymamy:

$$K_c = K_0 + m_c [T_s + 3(1 - \kappa)r_B - H],$$

gdzie masa ładunku $m_c = M_c - M_0$, $T_s = \frac{1}{2}(T_0 + T_c)$ jest średnim zanurzeniem, zaś r_B jest średnim promieniem metacentrycznym. Dzieląc stronami wzór przez K_0 , otrzymamy:

$$c_K = 1 + \frac{m_c}{M_0} \frac{M_0}{K_0} [T_s + 3(1 - \kappa)r_B - H].$$

Uwzględniając, że $m_c/M_0 = \Delta V/V_0 = V_c/V_0 - 1$, otrzymamy:

$$c_K = 1 + \frac{M_0 [T_s + 3(1 - \kappa)r_B - H]}{K_0} \left(\frac{V_c}{V_0} - 1 \right).$$

Porównując ze wzorem (13) widzimy, że współczynnik c_1 wynosi:

$$c_1 = \frac{T_s + 3(1 - \kappa)r_B - H}{h_0} = \frac{r_c - f_s}{GM_0}, \quad (14)$$

gdzie $r_c = 3(1 - \kappa)r_B$ jest średnim różniczkowym promieniem metacentrycznym, r_B jest poprzecznym promieniem metacentrycznym, $f_s \equiv H - T_s$ jest średnią wolną burtą, $h_0 \equiv K_0/M_0$ jest początkową wysokością metacentryczną GM_0 w stanie pomiarowym, sztywność K_0 jest z próby przechyłów, zaś M_0 jest masą statku podczas próby, oszacowaną za pomocą ogólnego wzoru (8), do którego podstawiamy wielkości podczas próby. Znajomość współczynnika c_1 pozwala określić iloraz sztywności $c_K = K_c/K_0$, a ten z kolei pozwala określić sztywność K_c łodzi z ładunkiem. Tak więc, kryterium (10) dla łodzi z ładunkiem przyjmie postać:

$$K_c f_c \geq \frac{1}{4} c_m \rho L B^2 B_m^2. \quad (15)$$

W wypadku kryterium (11), prawa strona nie ulega zmianie, zmienia się natomiast lewa strona, przyjmując postać:

$$(K_c/M_c) t_c \geq l_c. \quad (16)$$

gdzie $K_c = c_K K_0$, M_c można obliczyć z ogólnego wzoru (8), $t_c \equiv \tan \phi_D = f_c / \frac{1}{2} B_m$, zaś $f_c = f_0 - \Delta T$ jest wolną burtą w stanie ładunkowym, równą wolnej burcie w stanie pomiarowym, pomniejszonej o przyrost zanurzenia ΔT , wywołany ładunkiem, gdzie

$$\Delta T/T_0 = (V_c/V_0)^\kappa - 1,$$

zaś $\kappa \equiv \delta/\alpha$ jest współczynnikiem pełnotliwości pionowej kadłuba.

6. Model nieliniowy

Kryterium stateczności (15) czy (16) oparte jest na wzorze metacentrycznym (2), który jest liniową funkcją $\text{tg } \phi$, a tym samym – liniową funkcją wolnej burty f . Kryterium to można byłoby uściślić, uwzględniając nieliniowość krzywej ramion w początkowym zakresie stateczności. Wzór (2) przyjąłby wówczas postać:

$$D(h_0 + \frac{1}{2}r_b \text{tg}^2 \phi) \text{tg } \phi \geq p e.$$

Lewa strona jest ścisła dla statków o burtach pionowych. Dla łodzi, które mają wręgi rozwarte, lewa strona jest z pewnym niedoszacowaniem, czyli w rzeczywistości jest nieco większa. Dzieląc ją stronami przez przyspieszenie ziemskie g oraz podstawiając $e = \frac{1}{2}B_m$ otrzymamy kryterium stateczności w postaci nieliniowej:

$$Kt + \frac{1}{2}\rho Jt^3 \geq \frac{1}{2}mB_m,$$

gdzie J jest momentem bezwładności wodnicy, zaś $t \equiv \text{tg } \phi$. Stosując analogiczne podstawienia, jak poprzednio, kryterium to dla stanu ładunkowego przyjmie postać:

$$K_c t_c + \frac{1}{2}\rho J_c t_c^3 \geq \frac{1}{2}c_m \rho L B^2 B_m, \quad (17)$$

gdzie $t_c = f_c/(\frac{1}{2}B_m)$ jest tangensem kąta wyznaczającego początkowy zakres stateczności, $K_0 = M_0 G M_0$ jest sztywnością jednostki podczas próby przechyłów, $K_c = M_c G M_c$ jest sztywnością w stanie ładunkowym, zaś f_c i J_c to wolna burta i moment bezwładności wodnicy w stanie ładunkowym, przy maksymalnym zanurzeniu łodzi. Sztywność $K_c = c_k K_0$, gdzie współczynnik c_k dany jest wzorem (13), zaś c_1 – wzorem (14).

Przy braku danych, moment bezwładności wodnicy można obliczyć wg wzoru:

$$J_x \approx c_x L B^3, \quad (18)$$

gdzie c_x jest współczynnikiem zależnym od współczynnika pełnotliwości wodnicy. Aproxymacja ćwiartki wodnicy funkcją potęgową ma postać: $y = \frac{1}{2}B[1 - (x/x_0)^n]$, gdzie $x_0 = \frac{1}{2}L$ jest połową długości wodnicy, wykładnik $n = \alpha/(1 - \alpha)$, zaś α jest współczynnikiem pełnotliwości wodnicy. Współczynnik c_x dla takiej wodnicy równy jest:

$$c_x = \frac{\alpha^3}{2(1+\alpha)(1+2\alpha)}. \quad (19)$$

Dla prostokąta, $\alpha = 1$, wzór daje $c_x = \frac{1}{12}$, a dla rombu (część rufowa i dziobowa są trójkątami), $\alpha = \frac{1}{2}$, $c_x = \frac{1}{48}$, tak jak powinno być. Zwykle, zaostrenie wodnic jest mniejsze od zaostrenia wodnic parabolicznych, dlatego dla rzeczywistych wodnic współczynnik c_x jest nieco większy, niż dla wodnic parabolicznych. Dla wodnic z pawężą, obliczanie momentu bezwładności podane jest w Załączniku.

Z kolei promień metacentryczny $r_B = J/V$ można obliczyć ze wzoru:

$$r_B = (c_x/c_M)B, \quad (20)$$

gdzie $c_M \equiv \delta/(B/T)$ jest współczynnikiem wyporności statku.

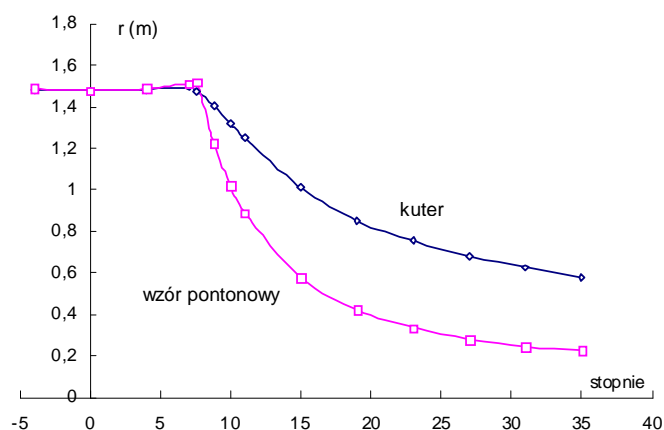
Jeśli nierówność (17) pomnożyć stronami przez $\frac{1}{2}B_m$, otrzymamy postać:

$$K_c f_c + \frac{1}{2}\rho J_c f_c t_c^2 \geq \frac{1}{4}c_m \rho L B^2 B_m^2, \quad (21)$$

której format jest identyczny, jak kryterium (15). Jak widać, różnica tkwi w drugim wyrazie po lewej stronie. Jeśli nierówność (21) podzielić stronami przez masę statku M_c , otrzymamy kryterium stateczności w kategoriach ramion prostujących:

$$(K_c/M_c)t_c + \frac{1}{2}(r_B)_c t_c^3 \geq l_c, \quad (22)$$

gdzie r_B jest poprzecznym promieniem metacentrycznym. Format kryterium jest identyczny, jak kryterium (16); różnica tkwi w drugim wyrazie po lewej stronie. Przy braku danych, można korzystać ze wzorów analitycznych, dobrze przybliżających wielkości rzeczywiste, jak wzór (18) i (20).



Rys. 1. Przykładowy przebieg promieni metacentrycznych (WŁA-84)

Dla łodzi, które mają wręgi rozwarte, promień metacentryczny w początkowym zakresie stateczności $r \approx const$ jest praktycznie stały (Rys. 1). W konsekwencji, metacentrum jest stałe, co redukuje ramię prostujące w początkowym zakresie stateczności do wzoru metacentrycznego $l = h_0 \sin \phi$, a tym samym kryterium stateczności redukuje się do liniowego kryterium (16).

7. Łodzie pokładowe

Rozważania powyższe są w pełni adekwatne dla łodzi otwartych, bez pokładu. Wśród badanych jednostek było sześć takich łodzi – wszystkie spełniają kryterium (16) z dużym zapasem. Jednak w wypadku łodzi pokładowych prawie połowa (dokładnie, 37 na 58) łodzi nie spełnia go, mimo dobrych parametrów krzywej ramion.

Dla łodzi otwartych ramię prostujące l_D dla kąta wejścia pokładu do wody jest jednocześnie ramieniem maksymalnym. W wypadku łodzi pokładowych krawędź pokładu może zanurzyć się w wodzie. Wobec tego, maksymalne ramię prostujące występuje dla kątów powyżej początkowego zakresu stateczności. Dla łodzi pokładowych kryterium stateczności nie ulega więc zmianie, jeśli przez ramię l_D rozumieć maksymalne ramię prostujące l_{max} .

Określenie maksymalnego ramienia prostującego jest zadaniem znacznie trudniejszym od określenia ramienia l_D dla kąta wejścia pokładu do wody lub wyjścia (umownego) obła z wody. Dla kąta przechyłu $\phi = \phi_{max}$, przy którym ramię prostujące osiąga maksimum, zeruje się pochodna krzywej ramion, czyli wysokość metacentryczna $h = r - HF$, gdzie $HF = a + l_d$ jest wzniosem środka ciężkości nad środkiem wyporu, $a = z_G - z_F$ jest wzniosem środka ciężkości nad środkiem wyporu w położeniu wyprostowanym, zaś l_d jest ramieniem dynamicznym, tj. krzywą całkową ramienia prostującego l . Tak więc, położenie ϕ_{max} wyznacza równanie: $r = HF$, czyli

$$r = a + l_d, \quad (23)$$

gdzie $a \equiv z_G - z_F = r_0 - h_0$ jest stałą, łatwą do określenia, zaś $r_0 \equiv r_B$. Z kolei ramię dynamiczne

$$l_d \approx (l_d)_D + l_D \Delta\phi + \frac{2}{3} \Delta l \Delta\phi, \quad (24)$$

gdzie l_D i $(l_d)_D$ jest ramieniem prostującym i dynamicznym przy kącie wejścia pokładu do wody, $\Delta\phi \equiv \phi_{max} - \phi_D$ jest w radianach, zaś $\Delta l \equiv l_{max} - l_D$ jest przyrostem krzywej ramion; współczynnik $\frac{2}{3}$ wynika z przyjęcia aproksymacji kwadratowej krzywej ramion pomiędzy kątem ϕ_D wejścia pokładu do wody i kątem ϕ_{max} .

Przy aproksymacji kwadratowej otoczenia wierzchołka ramię maksymalne równa się: $l_{max} = l_D + \frac{1}{2} l_D' \Delta\phi$, gdzie $l_D' \equiv h_D$ jest pochodną krzywej ramion w punkcie ϕ_D . Zakładając, że w początkowym zakresie stateczności krzywa ramion wyraża się wzorem metacentrycznym $l = h_0 \sin\phi$, stąd $h_D = h_0 \cos\phi_D$, zaś

$$\Delta l \equiv \frac{1}{2} h_0 \Delta\phi \cos\phi_D.$$

Uwzględniając ten wynik, ostatni wyraz we wzorze (24) przyjmie postać:

$$\frac{1}{3} h_0 (\Delta\phi)^2 \cos\phi_D,$$

zaś prawa strona równania (23), czyli odcinek HF , wyrazi się wzorem:

$$HF = r_0 - h_0 \cos\phi_D [1 - t_c \Delta\phi - \frac{1}{3} (\Delta\phi)^2], \quad (25)$$

gdzie $t_c = f_c / (\frac{1}{2} B_m)$. Gdyby przyjąć, że przebieg promieni metacentrycznych po wejściu pokładu do wody jest analogiczny, jak dla pontonu prostopadłościennego, to

$$r = \frac{r_0}{\cos^3\phi} \left(\frac{t_c}{\operatorname{tg}\phi} \right)^{1.5} = r_0 \left(\frac{t_c}{\cos^2\phi \operatorname{tg}\phi} \right)^{1.5} = r_0 \left(\frac{t_c}{\cos\phi \sin\phi} \right)^{1.5}.$$

Uwzględniając, że $\sin\phi \cos\phi = \frac{1}{2} \sin 2\phi$, otrzymamy:

$$r = r_0 \left(\frac{2t_c}{\sin 2\phi} \right)^{1.5}, \quad (26)$$

gdzie $r_0 \equiv r_B$ jest początkowym promieniem metacentrycznym.

Jak widać z Rys. 1, promienie metacentryczne łodzi są większe, niż to wynika ze wzoru (26). Wprowadzając stopień zwiększenia promieni metacentrycznych łodzi w stosunku do wzoru (26), oznaczony przez s , otrzymamy:

$$r = s r_0 \left(\frac{2t_c}{\sin 2\phi} \right)^{1.5},$$

Mnożnik s zmienia się z kątem przechyłu. Dla uproszczenia można przyjąć stałą wartość s , równą stosunkowi promieni metacentrycznych w położeniu wyprostowanym. Korzystając ze wzoru (20) na początkowy promień metacentryczny otrzymamy, że:

$$s = 12c_x / \delta, \quad (27)$$

przy czym $s \leq 0,9 s_{max}$ nie powinno być większe od pewnej wartości maksymalnej, o której będzie mowa. Wzór (27) jest zgrubnym przybliżeniem średniej wartości mnożnika s .

Uwzględniając wcześniejsze rozważania, równanie (23) przyjmie postać:

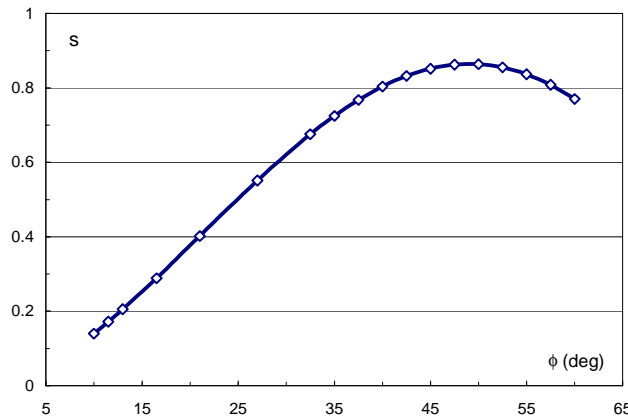
$$s r_0 (2t_c / \sin 2\phi)^{1.5} = r_0 - h_0 \cos\phi_D [1 - t_c \Delta\phi - \frac{1}{3} (\Delta\phi)^2].$$

Dzieląc je stronami przez początkowy promień metacentryczny, otrzymamy:

$$s(2t_c/\sin 2\phi)^{1,5} = 1 - (h_0/r_0)\cos\phi_D[1 - t_c\Delta\phi - \frac{1}{3}(\Delta\phi)^2], \quad (28)$$

gdzie $\Delta\phi \equiv \phi_{max} - \phi_D$ jest w radianach. Jest to równanie przestępne ze względu na $\phi \equiv \phi_{max}$, które można rozwiązać metodą kolejnych przybliżeń, np. w oparciu o narzędzie „Szukaj wyniku” w Excelu. Równanie to może nie mieć rozwiązań, jeśli dla danego s wykres lewej strony równania (28) w funkcji kąta ϕ znajduje się powyżej wykresu prawej strony, czyli gdy mnożnik s jest za duży (gdy $s > s_{max}$). Dokładność uzyskanego rozwiązania na ϕ_{max} zależy od dokładności oszacowania mnożnika s .

Równanie (28) wyznacza mnożnik $s = s(\phi)$ jako funkcję kąta ϕ (Rys. 2); jest on rozumiany jako iloraz prawej strony przez potęgę wyrażenia w nawiasie po lewej stronie. Wartość maksymalna s_{max} odpowiada maksimum funkcji $s = s(\phi)$, które wypada prawie dokładnie dla kąta $\phi = 50^\circ$, bez względu na parametry t_c i h_0/r_0 . Maksimum szybko spada ze wzrostem parametru $t_c \equiv \text{tg}\phi_D$, czyli ze wzrostem zakresu początkowej stateczności, natomiast słabo zależy od parametru h_0/r_0 .



Rys. 2. Przebieg mnożnika s

Aproksymacja przebiegu promieni metacentrycznych r za pomocą wzoru (26) nie daje możliwości uzyskania ϕ_{max} znacznie przekraczającego 45° . Nie jest to duży mankament, gdyż położenie maksimum krzywej ramion łodzi rybackich rzadko przekracza 45° (wśród badanych łodzi były tylko 3 takie przypadki). Jest wiele aproksymacji, które dają taką możliwość lecz nie będziemy się nimi zajmowali.

Znajomość ϕ_{max} pozwala określić stosunek l_{max}/l_D , czyli stopień zwiększenia maksymalnego ramienia w stosunku do ramienia l_D . Maksymalne ramię $l_{max} = l_D + \Delta l$, stąd

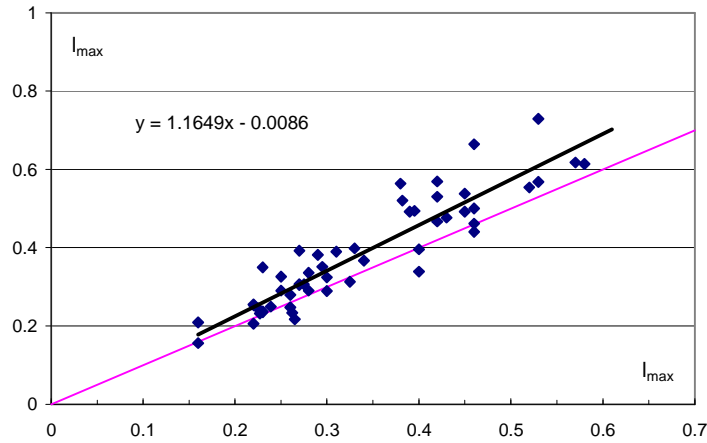
$$l_{max} = l_D + \frac{1}{2}h_0\Delta\phi\cos\phi_D.$$

Dzieląc to równanie stronami przez $l_D = h_0\sin\phi_D$ oraz wprowadzając oznaczenie $c_D \equiv l_{max}/l_D$, wpływ pokładu na stopień zwiększenia krzywej ramion przyjmie postać:

$$c_D = 1 + \frac{1}{2}\Delta\phi/t_c, \quad (29)$$

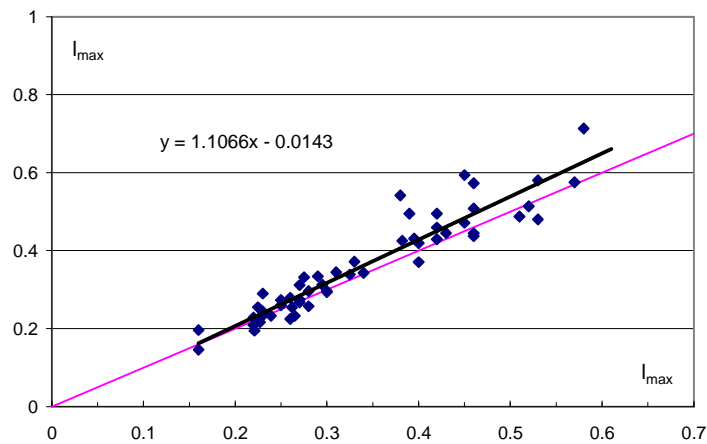
gdzie $\Delta\phi = \phi_{max} - \phi_D$, zaś ϕ_{max} jest pierwiastkiem równania (28). Z pomocą mnożnika c_D ramię maksymalne $l_{max} \equiv c_D l_D$, przyrost ramienia $\Delta l = (c_D - 1)l_D$, zaś $\Delta\phi = 2(c_D - 1)t_c$.

Na Rys. 3 przedstawiona jest korelacja pomiędzy wartościami $l_{max} = c_D l_D$, gdzie c_D dane jest wzorem (29), z kątem ϕ_{max} z rozwiązania równania (28), i faktycznymi wartościami l_{max} , wziętymi z dokumentacji jednostek. Wartości ramion podane są w metrach. Widać, że średnio rzecz biorąc wartości l_{max} zawyżone są o 16,5% w stosunku do wartości rzeczywistych.



Rys. 3. Korelacja pomiędzy oszacowanymi i faktycznymi wartościami l_{max}

Jeśli we wzorze (29) przyjąć ϕ_{max} z dokumentacji jednostek, to otrzymamy korelację przedstawioną na Rys. 4. Wartości l_{max} zawyżone są o 10,7%. Jeśli przyjąć, że dane są poprawne, byłby to efekt aproksymacji kwadratowej krzywej ramion w lewostronnym sąsiedztwie wierzchołka. Rozrzut punktów, podobnie jak na Rys. 3, wynika z przybliżonej aproksymacji przebiegu promieni metacentrycznych dla dużych kątów przechyłu $\phi > \phi_D$, a także występowania wzniosu oraz nadbudowy. Na rozrzut punktów ma też pewien wpływ umowny charakter zakresu początkowej stateczności, gdy wolna burta jest duża. W świetle powyższych uwag, korelacja punktów obliczeniowych na Rys. 3 jest niezła. Korelację tę można byłoby poprawić, gdyby mieć lepsze oszacowanie na mnożnik s . Wzór (27) daje jedynie zgrubne oszacowanie tego mnożnika.



Rys. 4. Korelacja pomiędzy oszacowanymi i faktycznymi wartościami l_{max} , jeśli ϕ_{max} jest wzięte z dokumentacji jednostek

Wyznaczanie mnożnika c_D , danego wzorem (29), dotyczy sytuacji, gdy kąt zalewania jednostki ϕ_f jest większy od kąta ϕ_{max} , przy którym występuje maksimum krzywej ramion. W przeciwnym wypadku, mnożnik c_D wyrazi się wzorem:

$$c_D = 1 + \frac{1}{2}c_f\Delta\phi/t_c,$$

gdzie $c_f = 1 - (\Delta\phi_f/\Delta\phi)^2$ jest współczynnikiem redukcyjnym ze względu na kąt zalewania ϕ_f , gdy jest mniejszy od kąta ϕ_{max} , zaś $\Delta\phi_f \equiv \phi_f - \phi_D$. Wyznaczanie kąta zalewania bez dokumentacji jest dość trudne; można go jedynie wizualnie oszacować, w proporcji do kąta ϕ_D . Wielkość $\Delta\phi \equiv \phi_{max} - \phi_D$ jest wyznaczana bez zmiany, tj. bez uwzględniania kąta zalewania.

Kryterium dla łodzi pokładowych miałyby, więc postać:

$$l_{max} > l_c, \quad (30)$$

gdzie $l_{max} \equiv c_D l_D$. Ściśle rzecz biorąc, statyczne ramię przechylające zmienia się z kątem przechyłu, jak funkcja $\cos \phi$. W takim wypadku, kryterium miałyby postać:

$$l_{max} > l_c \cos \phi_{max}.$$

Pominięcie $\cos \phi_{max}$, czyli przyjęcie stałej wartości ramienia przechylającego l_c powoduje zaostrenie kryterium (30), zostawiając miejsce na pewne efekty dynamiczne, jakie występują podczas eksploatacji łodzi.

8. Oszacowanie współczynników pełnotliwości kadłuba

Jak widzimy, ocena stateczności uzależniona jest od znajomości wymiarów głównych jednostki i dwóch współczynników pełnotliwości kadłuba: współczynnika pełnotliwości wodnicy α i pełnotliwości kadłuba δ . Te dwa współczynniki określają współczynnik pełnotliwości pionowej kadłuba κ , gdyż $\kappa = \delta/\alpha$. Wymiary główne łatwo uzyskać z bezpośrednich pomiarów jednostki. Z kolei, współczynniki pełnotliwości można oszacować za pomocą prostych pomiarów.

Zakładamy, że mamy jednostkę w stanie pomiarowym, dla której dokonaliśmy pomiaru sztywności K_0 i wolnej burty f_0 . Na jednostkę przyjmujemy ciężar o masie m_1 , co spowoduje zmieni wyporność o $\rho \Delta V$. Zmiana wyporności musi równać się zmianie masy statku, czyli równać się masie przyjętego ciężaru. Stąd, $m_1 = \rho \Delta V$, gdzie ρ jest gęstością wody.

Jeśli przyjęty ciężar jest na prostej pionowej przechodzącej przez środek pływania, tj. środek ciężkości wodnicy pływania, to wystąpi przyrost zanurzenia bez zmiany przegłębienia jednostki. Stąd, zmiana wyporności $\Delta V = A_{wL} \Delta T$. Zatem, $m_1 = \rho A_{wL} \Delta T$. Jest to równanie na pole wodnicy pływania:

$$A_{wL} = m_1 / \rho \Delta T. \quad (31)$$

We wzorze tym występuje dzielenie dwóch niewielkich wielkości: m_1 i ΔT . Aby więc wynik był dobrze uwarunkowany numerycznie, ciężar musi być tak dobrany, by zmiana zanurzenia była nie mniejsza niż 3÷4 cm. Zmiana zanurzenia $\Delta T = -\Delta f = f_0 - f_1$ równa się zmianie wolnej burty. Zmianę zanurzenia można by też zmierzyć za pomocą rurki wodnej, jeśli miałyby połączenie z wodą zaburtową poniżej wodnicy pływania.

Znajomość pola wodnicy definiuje współczynnik pełnotliwości wodnicy:

$$\alpha = A_{wL} / LB, \quad (32)$$

lecz nie mniej, niż 0,60. W następnym kroku dokonujemy próby przechyłów i znajdujemy współczynnik sztywności K_1 dla jednostki z przyjętym ciężarem. Sztywności przed i po przyjęciu ciężaru powiązane są równaniem:

$$K_1 = K_0 + m_1 (T - z_1 + \frac{1}{2} \Delta T + r_c), \quad (33)$$

gdzie z_1 jest rzędną środka ciężkości przyjętego ciężaru, zaś $r_c = 3(1 - \kappa)r_B$ jest różniczkowym promieniem metacentrycznym dla warstwy (plasterka) dodatkowej wyporności. Wielkość $T - z_1$ jest odległością środka ciężkości przyjętego ciężaru od pierwotnej wodnicy pływania; $T - z_1 > 0$ jest dodatnie, gdy środek ciężkości przyjętego ciężaru jest poniżej wodnicy. Jediną niewiadomą w równaniu (33) jest więc różniczkowy promień metacentryczny r_c , który to równanie określa. Znajomość r_c nie pozwala jednak na precyzyjne określenie wyporności, gdyż nie znamy współczynnika pełnotliwości kadłuba δ . Współczynnik ten musimy więc określać z zależności regresyjnej:

$$\delta = 0,775\alpha - 0,131, \quad (34)$$

lecz nie mniej, niż 0,30.

9. Propozycja kryterium

Uwzględniając powyższe rozważania, proponuje się kryterium stateczności w kategoriach ramion prostujących. Jednostkę uważa się za posiadającą wystarczającą stateczność, jeśli spełnia nierówność:

$$c_D l_D \geq l_C, \quad (35)$$

gdzie c_D odzwierciedla wpływ pokładu na zwiększenie maksymalnego ramienia prostującego, l_D jest ramieniem prostującym na skraju początkowego zakresu stateczności, jak po lewej stronie wzoru (16), zaś $l_C = 0,065B_m$, lecz nie więcej, niż 0,32 m, jest minimalnym ramieniem prostującym. Dla łodzi otwartych, mnożnik $c_D = 1$, a dla łodzi pokładowych dany jest wzorem (29).

Na 58 badanych jednostek, 16 łodzi nie spełnia powyższego kryterium. Gdyby użyć w kryterium kąt ϕ_{max} z dokumentacji jednostek, kryterium nie spełniałoby 18 jednostek. Te, które nie spełniają, mają krzywe ramion o minimalnych parametrach, jak l_{max} w sąsiedztwie 0,2 m, czy ϕ_{max} w sąsiedztwie 25° .

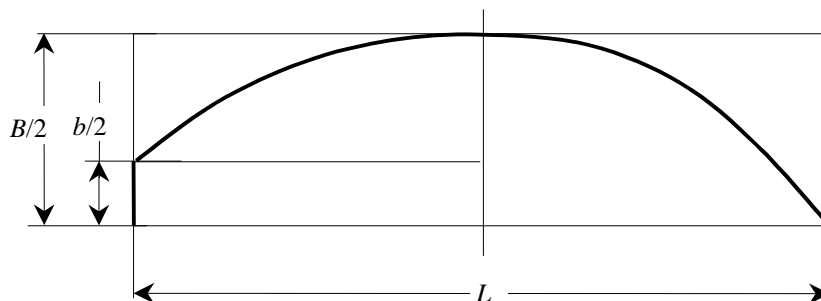
Gdyby prawą stronę kryterium (35) pomnożyć przez $\cos\phi_{max}$, to takiego kryterium nie spełniałoby 9 jednostek. Proponuje się więc stosowanie kryterium (35), bez modyfikacji prawej strony.

Literatura

1. Frąckowiak M., Pawłowski M. *The safety of small open deck fishing boats*, Materiały, 3rd Int. Conf. on the Stability of Ships and Ocean Vehicles, September 1986, Gdansk, Vol. 2, s. 201–207.
2. International Maritime Organisation, *Intact stability criteria for passenger and cargo ships*, IMO, London 1987, sales number IMO–832E, 22 s.
3. Deakin, B. *Spend Less, Save More (Lives)*, Proceedings, 11th Int. Conf. on the Stability of Ships and Ocean Vehicles, September 2012, Athens, Greece, s. 689–697.

Załącznik – Moment bezwładności wodnicy pływania z pawężą

Chcemy wyprowadzić wzór na poprzeczny moment bezwładności wodnicy w oparciu o znajomość współczynnika pełnotliwości α dla całej wodnicy i szerokość pawęzy b na rufie (Rys. 5).



Rys. 5

Pole wodnicy dane jest wzorem:

$$LB\alpha = \frac{1}{2}Lb + \frac{1}{2}L(B - b)\alpha_R + \frac{1}{2}LB\alpha_D,$$

gdzie α_R i α_D to współczynniki pełnotliwości odcinka paraboli w części rufowej i dziobowej. Dzieliąc to równanie przez $\frac{1}{2}LB$, otrzymamy:

$$2\alpha - b' = (1 - b')\alpha_R + \alpha_D,$$

gdzie $b' = b/B$ jest względną szerokością pawęży. Przyjmiemy, że współczynniki pełnotliwości odcinków wodnic są takie same $\alpha_R = \alpha_D \equiv \alpha'$, równe zmodyfikowanemu współczynnikowi pełnotliwości α' . Z równania powyższego wynika, że

$$\alpha' = (2\alpha - b')/(2 - b'). \quad (36)$$

Wielkości α i b' są znane z pomiarów. Przyjęcie tego samego współczynnika pełnotliwości oznacza, że obie parabole są powinowate.

Równanie wodnicy parabolicznej dane jest wzorem: $y = \frac{1}{2}B[1 - s'(x/x_0)^n]$, gdzie $x_0 = \frac{1}{2}L$ jest połową długości wodnicy, wykładnik $n = \alpha'/(1 - \alpha')$, zaś $s' = 1 - b'$ jest względną strzałką paraboli.

Poprzeczny moment bezwładności jednej części wodnicy (rufowej lub dziobowej) dany jest wzorem:

$$J_x = \frac{2}{3} \int_0^{x_0} y^3 dx = \frac{2}{3} (\frac{1}{2}B)^3 \int_0^{x_0} [1 - 3s'(x/x_0)^n + 3s'^2(x/x_0)^{2n} - s'^3(x/x_0)^{3n}] dx.$$

W części dziobowej $s' = 1$. Uwzględniając, że całka jednomianu $(x/x_0)^p$ dana jest wzorem:

$$\int_0^{x_0} (x/x_0)^n = x_0/(n + 1),$$

łatwo uzyskamy wzór na moment bezwładności dla jednej części wodnicy:

$$J_x = \frac{2}{3} (\frac{1}{2}B)^3 x_0 [1 - 3s'/(n + 1) + 3s'^2/(2n + 1) - s'^3/(3n + 1)].$$

Podstawiając $x_0 = \frac{1}{2}L$, otrzymamy

$$J_x = \frac{1}{24}LB^3 [1 - 3s'/(n + 1) + 3s'^2/(2n + 1) - s'^3/(3n + 1)],$$

gdzie $n = \alpha'/(1 - \alpha')$, takie samo w części rufowej i dziobowej. Jeśli wyrażenie w nawiasie kwadratowym oznaczyć przez c_R dla części rufowej, i przez c_D dla części dziobowej, to wzór na moment bezwładności zredukuje się do wzoru (18), w którym współczynnik $c_x = (c_R + c_D)/24$.

W wypadku, gdy dokonany był obmiar wodnicy, pole i poprzeczny moment bezwładności wodnicy można obliczyć z pomocą całkowania numerycznego. Zwykle będzie pomierzonych 5–6 rzędnych. Do obliczeń, wodnicę wystarczy aproksymować linią łamaną i zastosować metodę trapezów. Obliczenie wygląda następująco:

$$A_{WL} = 2 \int_0^L y dx = \sum \Delta x_i (y_{i-1} + y_i),$$

$$J_x = \frac{2}{3} \int_0^L y^3 dx = \frac{1}{3} \sum \Delta x_i (y_{i-1}^3 + y_i^3),$$

gdzie sumowanie odbywa się podprzedziałami. Z uwagi na to, że zazwyczaj długości podprzedziałów będą różne, długości podprzedziału Δx_i nie można wyciągnąć przed znak sumowania.

Do oszacowania współczynnika pełnotliwości kadłuba δ potrzebny jest współczynnik pełnotliwości wodnicy $\alpha = A_{WL}/LB$. Współczynnik pełnotliwości δ wyznaczamy ze wzoru regresyjnego (34). Wzór ten dotyczy zasadniczo jednostek bez pawęży. W wypadku występowania pawęży, w miejsce α należy podstawić α' , dane wzorem (36).